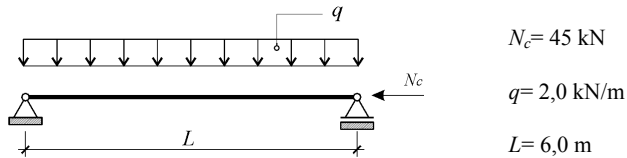


## 6. Zadatak

### 6a.

Dimenzionisati ekscentrično opterećen element opterećen prema skici. Element je bočno pridržan:

- u trećinama raspona.



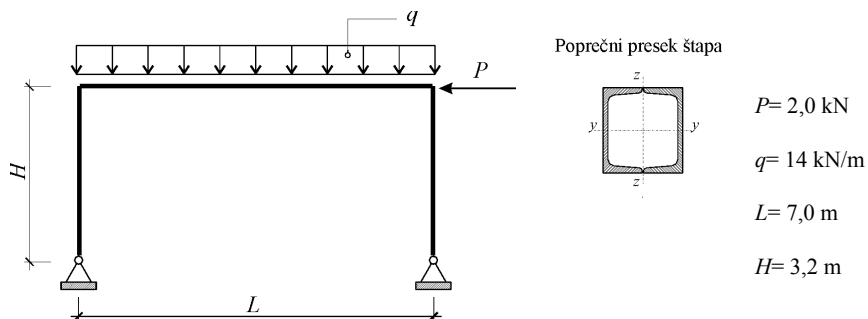
Poprečni presek nosača usvojiti iz asortimana vruće valjanih profila:

IPE

Osnovni materijal: Č0361  
Slučaj opterećenja: I  
Dozvoljeni ugib nosača:  $L/300$

### 6b.

Dimenzionisati stub okvirnog nosača opterećenog prema skici. Stub je bočno pridržan na krajevima.



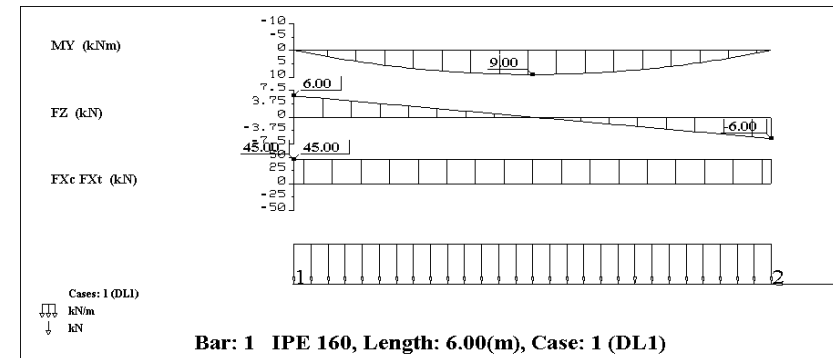
Pri proračunu statičkih uticaja i dužine izvijanja, usvojiti da je moment inercije grede isti kao i moment inercije stuba.

Osnovni materijal: Č0361  
Slučaj opterećenja: I

### 6a)

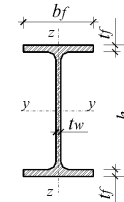
Osnovni materijal Č0361 (I sl.o.)  $\Rightarrow$  dopušten normalni napon  $\sigma_{dop} = 16 \text{ kN/cm}^2$   
dopušten smičući napon  $\tau_{dop} = 9 \text{ kN/cm}^2$

Uticaji u nosaču



Dimenzionisanje nosača:

Poprečni presek IPE 160



$b_f = 82 \text{ mm}$	$A = 20,1 \text{ cm}^2$	$W_y = 109 \text{ cm}^3$
$t_f = 7,4 \text{ mm}$	$I_y = 869 \text{ cm}^4$	$W_z = 16,7 \text{ cm}^3$
$h = 160 \text{ mm}$	$I_z = 68,3 \text{ cm}^4$	$S_y = 61,9 \text{ cm}^3$
$t_w = 5,0 \text{ mm}$	$i_y = 6,58 \text{ cm}$	$G = 15,8 \text{ kg/m}$
	$i_z = 1,84 \text{ cm}$	

Kontrola napona:

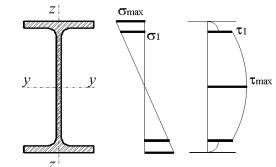
$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W_y} = \frac{45}{20,1} + \frac{900}{109} = 10,5 \text{ kN/cm}^2 < \sigma_{dop} = 16 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max} \cdot S_y}{t_w \cdot I_y} = \frac{6,0 \cdot 61,9}{0,5 \cdot 869} = 0,85 \text{ kN/cm}^2 < \tau_{dop} = 9 \text{ kN/cm}^2$$

Kontrola ugiba:

$$f_{\max}(q) = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot I_y \cdot E} = \frac{5 \cdot 0,02 \cdot 600^4}{384 \cdot 21000 \cdot 869} = 1,84 \text{ cm} < f_{dop} = L / 300 = 2,0 \text{ cm}$$

Kontrola stabilnosti ekscentrično pritisnutog elementa \*\*



\*\* Čelične konstrukcije u građevinarstvu / JUS U.E7.096 / str. 669

$$k_n \cdot S_N + q \cdot k_{my} \cdot S_{My} \leq S_{dop}$$

$$S_N = \frac{N_{c,max}}{A} = \frac{45}{20,1} = 2,24 \text{ kN/cm}^2 \quad \bar{S}_N = \frac{S_N}{S_{dop}} = \frac{2,24}{16} = 0,14$$

$$S_{My} = \frac{M_{max}}{W_y} = \frac{900}{109} = 8,26 \text{ kN/cm}^2$$

Vitkost i bezdimenzionalna vitkost, u ravni i izvan ravni elementa:

$$\text{- u ravni} \quad I_y = \frac{I_{i,y}}{i_y} = \frac{600}{6,58} = 91,2 \quad \bar{I}_y = \frac{I_y}{I_1} = \frac{91,2}{92,9} = 0,982$$

$$\text{- izvan ravni} \quad I_z = \frac{I_{i,z}}{i_z} = \frac{200}{1,84} = 108,7 \quad \bar{I}_z = \frac{I_z}{I_1} = \frac{108,7}{92,9} = 1,17$$

Koeficijenti imperfekcije:  $\alpha_y = 0,206$  (kriva A)  $\alpha_z = 0,339$  (kriva B)

$$b_y = 1 + \alpha_y \cdot (\bar{I}_y - 0,2) + \bar{I}_y^2 = 1 + 0,206 \cdot (0,982 - 0,2) + 0,982^2 = 2,125$$

$$b_z = 1 + \alpha_z \cdot (\bar{I}_z - 0,2) + \bar{I}_z^2 = 1 + 0,339 \cdot (1,17 - 0,2) + 1,17^2 = 2,698$$

$$c_y = \frac{2}{b_y + \sqrt{b_y^2 - 4 \cdot \bar{I}_y^2}} = \frac{2}{2,125 + \sqrt{2,125^2 - 4 \cdot 0,982^2}} = 0,681$$

$$c_z = \frac{2}{b_z + \sqrt{b_z^2 - 4 \cdot \bar{I}_z^2}} = \frac{2}{2,698 + \sqrt{2,698^2 - 4 \cdot 1,17^2}} = 0,495$$

$$1 \leq k_{my} = 1 + \frac{\alpha_y (\bar{I}_y - 0,2)}{1 - \bar{I}_y^2 \cdot \bar{S}_N} \leq \frac{1}{c_y}$$

$$k_{my} = 1 + \frac{0,206 \cdot (0,982 - 0,2)}{1 - 0,982^2 \cdot 0,14} = 1,186 < \frac{1}{0,681} = 1,468$$

$$1 \leq k_{nz} = 1 + \frac{\alpha_z (\bar{I}_z - 0,2)}{1 - \bar{I}_z^2 \cdot \bar{S}_N} \leq \frac{1}{c_z}$$

$$k_{nz} = 1 + \frac{0,339 \cdot (1,17 - 0,2)}{1 - 1,17^2 \cdot 0,14} = 1,407 < \frac{1}{0,495} = 2,02$$

$$k_n = \max\{k_{my}, k_{nz}\} = \max\{1,186, 1,407\} = 1,407$$

$$k_{my} = \frac{b_y}{1 - \bar{I}_y^2 \cdot \bar{S}_N} \geq 1 \quad b_y = 1,0$$

$$k_{my} = \frac{1,0}{1 - 0,982^2 \cdot 0,14} = 1,156 \Rightarrow k_{my} = 1,156$$

## Provera stabilnosti nosača na bočno torziono izvijanje

$$I_z = \frac{I_z}{i_{fz}} = \frac{200}{b_f / \sqrt{12}} = \frac{200 \cdot \sqrt{12}}{8,2} = 84 > 40 \quad \text{Mora se izvršiti kontrola nosača na bočno torziono izvijanje}$$

## Kontrola stabilnosti nosača na bočno torziono izvijanje \*

Razmak tačaka bočnog pridržavanja je:  $l_z = l_t = L/3 = 2,0 \text{ m}$

Poluprečnik inercije dela preseka koga sačinjavaju pritisnuta nožica i 1/6 rebra:

$$A_f = b_f \cdot t_f = 8,2 \cdot 0,74 = 6,10 \text{ cm}^2$$

$$A_w = A - 2 \cdot A_f = 20,1 - 2 \cdot 6,1 = 7,9 \text{ cm}^2$$

$$i_{kz} = \frac{b_f}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{\frac{A_f}{A_f + A_w/6}} = \frac{8,2}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{\frac{6,10}{6,10 + 7,9/6}} = 2,15 \text{ cm}$$

Sen Venanov kritičan napon:

$$S_{Dv} = h_t \cdot \frac{p}{I_t \cdot W_y} \cdot \sqrt{EI_z \cdot GI_t} = h_t \cdot \frac{0,41 \cdot 10^5}{I_t \cdot W_z} \cdot \sqrt{I_z \cdot I_t} \quad [\text{kN/cm}^2]$$

$$S_{Dv} = 1,12 \cdot \frac{0,41 \cdot 10^5}{200 \cdot 109} \cdot \sqrt{68,3 \cdot 3,62} = 33,1 \text{ kN/cm}^2$$

Kritični napon deplanacije:

$$I_{kz} = \frac{I_z}{\sqrt{h_z} \cdot i_{kz}} = \frac{200}{\sqrt{1,12} \cdot 2,14} = 87,9$$

$$S_{Dw} = p^2 \cdot \frac{E}{I_{kz}^2} = \frac{2,07 \cdot 10^5}{87,9^2} = 26,8 \text{ kN/cm}^2$$

Kritičan napon bočno-torzionog izvijanja

$$K = 1 + 0,156 \left( \frac{l_z}{h} \right)^2 \cdot \frac{I_t}{I_z} = 1 + 0,156 \left( \frac{200}{16} \right)^2 \cdot \frac{3,62}{68,3} = 2,292$$

$$f = \frac{\sqrt{K + r^2} - r}{\sqrt{K + r^2}} = \frac{\sqrt{2,292 + 0,46^2} - 0,46}{\sqrt{2,292 + 0,46^2}} = 0,709$$

$$S_{cr} = f \cdot \sqrt{S_{Dv}^2 + S_{Dw}^2} = 0,709 \cdot \sqrt{33,1^2 + 26,8^2} = 30,2 \text{ kN/cm}^2$$

Koeficijent oblika poprečnog preseka

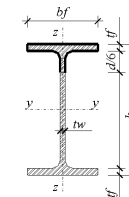
$$a_p = \frac{W_{y,pl}}{W_{y,el}} = \frac{2 \cdot S_y}{W_y} = \frac{2 \cdot 61,9}{109} = 1,136$$

Relativna (bezdimenzionalna) vitkost

$$\bar{I}_D = \sqrt{\frac{a_p \cdot f_y}{S_{cr}}} = \sqrt{\frac{1,136 \cdot 24}{30,2}} = 0,950$$

Bezdimenzionalni koeficijent bočno torzionog izvijanja

$$c_D = \left( \frac{1}{1 + \bar{I}_D^{2n}} \right)^{1/n} = \left( \frac{1}{1 + 0,950^4} \right)^{1/2} = 0,742 \quad (n=2 \text{ za valjane profile})$$



\* Čelične konstrukcije u građevinarstvu / JUS U. E7. 101 / str. 674

Granični napon bočno torzionog izvijanja

$$s_D = a_p \cdot c_D \cdot f_y \leq f_y \quad s_D = 1,136 \cdot 0,742 \cdot 24 = 20,22 \text{ kN/cm}^2 < 24,00 = f_y$$

$$s_{D,dop} = \frac{s_D}{n} = \frac{20,22}{1,5} = 13,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$q = \frac{f_y}{s_D} = \frac{1}{a_p \cdot c_D} \geq 1 \quad q = \frac{24}{20,22} = 1,187$$

Kontrola stabilnosti

$$k_n \cdot s_N + q \cdot k_{my} \cdot s_{My} \leq s_{dop}$$

$$1,407 \cdot 2,24 + 1,187 \cdot 1,156 \cdot 8,26 = 14,49 \text{ kN/cm}^2 < 16,00 \text{ kN/cm}^2 = s_{dop}$$

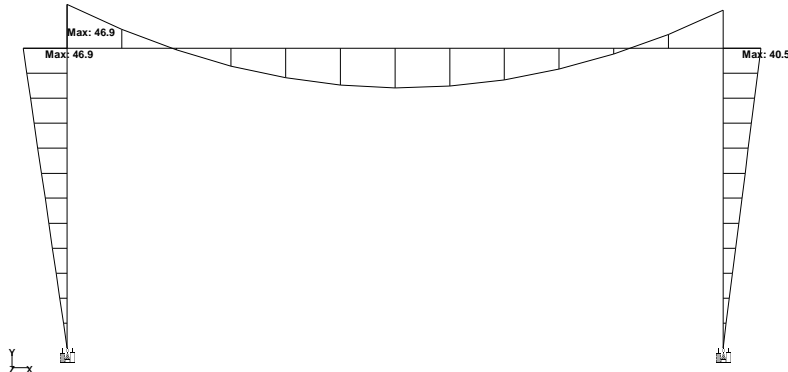
6b.

Osnovni materijal Č0361 (I sl.o.)  $\Rightarrow$  dopušten normalni napon  $s_{dop} = 16 \text{ kN/cm}^2$

dopušten smičući napon  $t_{dop} = 9 \text{ kN/cm}^2$

Uticaji u konstrukciji

Dijagram momenata savijanja [kNm]



Dijagram T i N sila [kN]

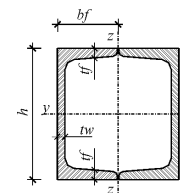


Dimenzionisanje stuba

Određivanje dužine izvijanja stuba<sup>1</sup>

Pretpostavlja se da su greda i stub istog poprečnog preseka.

Usvaja se poprečni presek koji se formira od dva vruća valjana profila U200.



$b_f = 75 \text{ mm}$	$A_f = 32,2 \text{ cm}^2$	$A = 64,4 \text{ cm}^2$
$t_f = 11,5 \text{ mm}$	$I_{yf} = 1910 \text{ cm}^4$	$i_y = 7,70 \text{ cm}$
$h = 200 \text{ mm}$	$I_{zl} = 148,0 \text{ cm}^4$	$i_z = 5,89 \text{ cm}$
$t_w = 8,50 \text{ mm}$	$I_y = 3820 \text{ cm}^4$	$W_y = 382 \text{ cm}^3$
	$I_z = 2237,0 \text{ cm}^4$	

$$\text{Krutost rigle: } k_b = \frac{I_{z,b}}{l} = \frac{3820}{700} = 5,45 \text{ cm}^3$$

$$\text{Krutost stuba: } k_c = \frac{I_{z,c}}{h} = \frac{3820}{320} = 11,94 \text{ cm}^3$$

Koeficijent  $\eta_A$  za stopu stuba:  $\eta_A = 1$  ( $\eta_A = 1$  za zglobni oslonac;  $\eta_A = 0$  za ukleštenje)

$$\text{Koeficijent } \eta_B \text{ za vrh stuba: } \eta_B = \frac{k_c}{k_c + 2/3 \cdot k_b} = \frac{11,94}{11,94 + 2/3 \cdot 5,45} = 0,767$$

Koeficijent dužine izvijanja stuba:

$$b_y = \sqrt{\frac{1,5 - 0,7 \cdot (\eta_A + \eta_B) + 0,22 \cdot \eta_A \cdot \eta_B}{1,5 - 1,3 \cdot (\eta_A + \eta_B) + 1,1 \cdot \eta_A \cdot \eta_B}} = \sqrt{\frac{1,5 - 0,7 \cdot (1 + 0,767) + 0,22 \cdot 1 \cdot 0,767}{1,5 - 1,3 \cdot (1 + 0,767) + 1,1 \cdot 1 \cdot 0,767}} = 3,05$$

Dužina izvijanja stuba u ravni okvirnog nosača

$$l_{i,y} = b_y \cdot h = 3,05 \cdot 3,2 = 9,76 \text{ m}$$

<sup>1</sup> Čelične konstrukcije u građevinarstvu / JUS U. E7. 111 / str. 679

Dužina izvijanja stuba izvan ravni okvirog nosača

$$l_{i,z} = h = 3,20 \text{ m}$$

**Kontrola stabilnosti ekscentrično pritisnutog elementa (stuba)**

$$k_n \cdot s_N + q \cdot k_{my} \cdot s_{My} \leq s_{dop}$$

**Kontrola stabilnosti na bočno torziono izvijanje elementa sa sandučastim poprečnim presekom:<sup>2</sup>**

$$h/b = 200/150 = 1,33 < 10$$

$$s_D = f_v \quad \Rightarrow \quad q = \frac{f_y}{s_D} = 1$$

$$s_N = \frac{N_{c,max}}{A} = \frac{49,9}{64,4} = 0,8 \text{ kN/cm}^2 \quad \bar{s}_N = \frac{s_N}{s_{dop}} = \frac{0,8}{16} = 0,05$$

$$s_{My} = \frac{M_{max}}{W_y} = \frac{4690}{382} = 12,3 \text{ kN/cm}^2$$

Vitkost i bezdimenzionalna vitkost stuba, u ravni i izvan ravni okvirog nosača:

$$\text{- u ravni}^3 \quad I_y = \frac{l_{i,y}}{i_y} = \frac{976}{7,7} = 126,8 < 150 \quad \bar{I}_y = \frac{I_y}{I_1} = \frac{126,8}{92,9} = 1,40$$

$$\text{- izvan ravni} \quad I_z = \frac{l_{i,z}}{i_z} = \frac{320}{5,89} = 54,3 \quad \bar{I}_z = \frac{I_z}{I_1} = \frac{54,3}{92,9} = 0,585$$

Koeficijenti imperfekcije:  $\alpha_y = 0,489$  (kriva C)  $\alpha_z = 0,489$  (kriva C)

$$b_y = 1 + \alpha_y \cdot (\bar{I}_y - 0,2) + \bar{I}_y^2 = 1 + 0,489 \cdot (1,40 - 0,2) + 1,40^2 = 3,55$$

$$c_y = \frac{2}{b_y + \sqrt{b_y^2 - 4 \cdot \bar{I}_y^2}} = \frac{2}{3,55 + \sqrt{3,55^2 - 4 \cdot 1,40^2}} = 0,356$$

$$1 \leq k_{ny} = 1 + \frac{\alpha_y (\bar{I}_y - 0,2)}{1 - \bar{I}_y^2 \cdot \bar{s}_N} \leq \frac{1}{c_y}$$

$$k_{ny} = 1 + \frac{0,489 \cdot (1,40 - 0,2)}{1 - 1,40^2 \cdot 0,05} = 1,651 < \frac{1}{0,321} = 3,11$$

$$k_n = k_{nz} = 1,651$$

$$k_{my} = \frac{b_y}{1 - \bar{I}_y^2 \cdot \bar{s}_N} \geq 1 \quad b_y = 0,66 \quad ^4$$

$$k_{my} = \frac{0,66}{1 - 1,40^2 \cdot 0,05} = 0,732 < 1 \quad \Rightarrow \quad \underline{k_{my} = 1,0}$$

**Kontrola stabilnosti**

$$1,651 \cdot 0,8 + 1,0 \cdot 1,0 \cdot 12,3 = \mathbf{13,62 \text{ kN/cm}^2} < 16,00 \text{ kN/cm}^2 = \sigma_{dop}$$

<sup>2</sup> Čelične konstrukcije u građevinarstvu / JUS U. E7. 101 / str. 678a

<sup>3</sup> Čelične konstrukcije u građevinarstvu / JUS U. E7. 081 / str. 645

<sup>4</sup> Čelične konstrukcije u građevinarstvu / JUS U. E7. 101 / tabela 1 / str. 645